Kontextfreie Grammatiken

Mit DFAs, NFAs, ε-NFAs und REs konnten wir genau die regulären Sprachen akzeptieren. Mit CFGs können wir mehr!
$\rightarrow$ „Kontextfreie Sprachen"

Definition:

CFG $G = (V, \Sigma, P, S)$ mit:

- Variablenmenge V (Großbuchstaben: $A, B, C, \ldots$),
- Alphabet Σ (Kleinbuchstaben oder Sonderzeichen),
- Produktionenmenge P ($\{A \rightarrow \ldots, B \rightarrow \ldots, C \rightarrow \ldots\}$) und
- Startsymbol S

Akzeptierte Sprache:

$L(G) = \{w \in \Sigma^* \mid \exists n \in \mathbb{N}_0 : S \rightarrow^n w\}$, wobei

- $\alpha \rightarrow^0 \alpha$ und
- $\alpha \rightarrow^{n+1} \gamma \Leftrightarrow \exists \beta : \alpha \rightarrow^n \beta \rightarrow \gamma$ für $\alpha, \beta, \gamma \in V \cup \Sigma$

Beispiel:

$G = (V, \Sigma, P, S)$ mit $V = \{S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und

$$P = \{ S \rightarrow aB \mid bA, \quad A \rightarrow a \mid aS \mid bAA, \quad B \rightarrow b \mid bS \mid aBB \}$$

erzeugt die Sprache $L(G) = \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ enthält genau so viele a's wie b's}\}$

z.B.: $S \rightarrow aB \rightarrow aaBB \rightarrow^2 aabbS \rightarrow aabbaB \rightarrow aabbab$

$\leadsto aabbab \in L(G)$, da $S \rightarrow^6 aabbab$.