Kellerautomaten

Kellerautomaten (PDAs) sind nichts anderes als ε-NFAs die einen Stack zur Verfügung haben. Sie können genau die kontextfreie Sprachen (CFLs) akzeptieren.
Bei jedem Zustandsübergang wird das letzte Stack-Element rausgenommen (nicht mehr, nicht weniger) und durch beliebig viele ersetzt (auch ε ist möglich)

$$\underbrace{q_i \xrightarrow{a,\ X/\gamma} q_j}$$

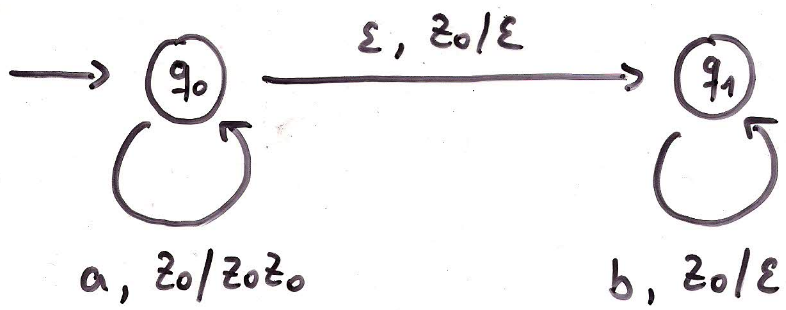
Wenn der PDA in q_i ist, ein a liest und das letzte Element im Stack ein X ist, gehe zum Zustand q_j über und esetze das Symbol X durch die Symbole in γ, z.B. $\gamma = \varepsilon$, $\gamma = X$, $\gamma = ABC$, ...

Akzeptierte Sprache:

Ein PDA akzeptiert ein Wort, falls er sich in einem Endzustand befindet ODER der Stack leer ist (natürlich nach dem das Wort fertig gelesen wurde!)

Wichtig: Da er bei jedem übergang mind. ein Element im Stack braucht kann kein Wort akzeptiert werden, was den Stack leert bevor es fertig gelesen wurde! Deswegen werden PDAs mit einem $Z_0 \in \Gamma$ im Stack initialisiert.

Beispiel: $L = \{ a^n b^n \mid n \in \mathbb{N} \}$

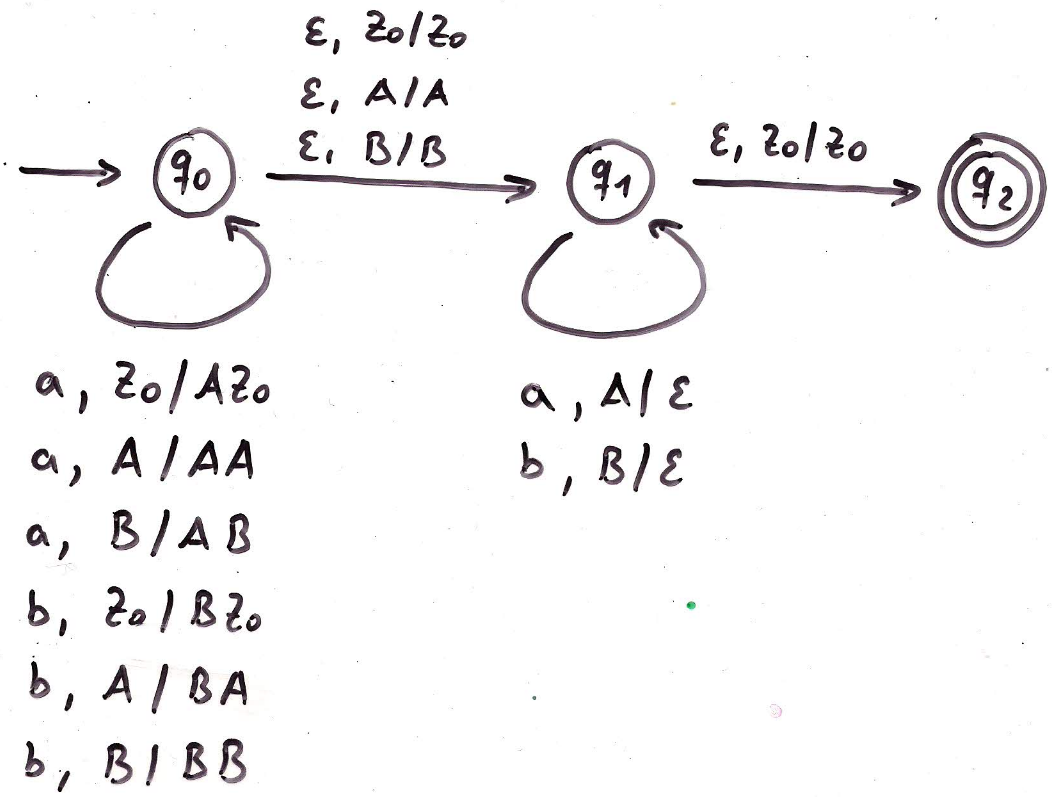


Konfigurationsfolge für aaabbb:

$$(q_0, aaabbb, Z_0) \rightarrow (q_0, aabbb, Z_0 Z_0) \rightarrow (q_0, abbb, Z_0 Z_0 Z_0)$$
$$\rightarrow (q_0, bbb, Z_0 Z_0 Z_0 Z_0) \rightarrow (q_1, bbb, Z_0 Z_0 Z_0)$$
$$\rightarrow (q_1, bb, Z_0 Z_0) \rightarrow (q_1, b, Z_0) \rightarrow (q_1, \underbrace{\varepsilon, \varepsilon})$$

wird akzeptiert, weil das Wort fertig gelesen wurde und der Stack leer ist.

Noch ein Beispiel: $L = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$



Konfigurationsfolge für abbbba:

$(q_0, abbbba, Z_0) \rightarrow (q_0, bbbba, AZ_0) \rightarrow (q_0, bbba, BAZ_0)$

$\rightarrow (q_0, bba, BBAZ_0) \rightarrow (q_1, bba, BBAZ_0) \rightarrow (q_1, ba, BAZ_0)$

$\rightarrow (q_1, a, AZ_0) \rightarrow (q_1, \varepsilon, Z_0) \rightarrow \underbrace{(q_2, \varepsilon, Z_0)}$

wird akzeptiert, weil das Wort fertig gelesen wurde und q_2 Endzustand ist.